Rémi Brissiaud : Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Quatre concepts clés pour la pratique et la formation

Dans cette première partie, Rémi Brissiaud introduit deux concepts clés pour le nouveau programme de maternelle. Dans une deuxième partie, que nous publierons prochainement, il proposera une progression et deux autres concepts clés pour l'apprentissage du nombre en maternelle.

Première partie : décomposition et itération de l'unité

Un nouveau programme pour l'école maternelle, publié en mars 2015, est entré en application en septembre dernier. Comme les enseignants de maternelle ont pu le remarquer, les nouveautés y sont nombreuses. On peut même dire qu'une nouvelle perspective leur est offerte concernant l'apprentissage des nombres, les incitant à des évolutions majeures dans leurs choix pédagogiques. Le texte qui suit est le premier chapitre d'un livre à paraître, intitulé : « Le nombre en maternelle — Comprendre le programme 2015 ». Ce livre complétera une trilogie commencée en 2007 avec « Premiers pas vers les maths » (PPM) et qui s'est poursuivie en 2013 avec « Apprendre à calculer à l'école » (ACE).

Quatre concepts vont être présentés, qui étaient absents des programmes de 2002 et de 2008. Or, leur compréhension est incontournable afin de mettre en œuvre de manière éclairée le programme 2015 de maternelle ainsi que le futur programme pour le cycle 2 de l'élémentaire. En effet, d'après les projet disponibles, celui-ci s'inscrit dans la continuité du programme maternelle. Ces concepts-clés sont ceux de décomposition, d'itération de l'unité, de comptage-numérotage et de comptage-dénombrement. Les deux premiers concepts seront abordés dans cette première partie du texte, les deux autres le seront dans la suivante.

Un premier concept fondamental, celui de décomposition

On lit dans le programme maternelle qu'en fin de GS, les enfants doivent savoir « parler des nombres à l'aide de leur décomposition. » S'il y a un concept dont l'introduction doit être considérée comme emblématique du tournant amorcé par le programme maternelle et élémentaire 2015, c'est celui de décomposition ou, lorsqu'on s'exprime de manière plus précise, de décomposition-recomposition. Ces mots sont utilisés 6 fois dans le programme maternelle alors qu'ils étaient totalement absents dans ceux de 2002 et 2008. Et dans le projet de programme cycle 2, il est utilisé 8 fois alors qu'il n'était utilisé qu'une seule fois dans les programmes 2002 et 2008.

En fait, ces programmes renouent avec une définition du nombre qui était celle des plus grands pédagogues de la fin du XIXe siècle et du début du XXe siècle. En effet, dès les années 1880, Ferdinand Buisson, le Directeur de l'Enseignement du ministre Jules Ferry, préconisait ce qu'il appelait une « méthode intuitive » concernant l'enseignement du nombre et il considérait que pour un nombre comme pour tout autre « objet », « (le) connaître c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté ». Lorsqu'on met ainsi l'accent sur les décompositions d'un nombre, comprendre le nombre 8, par exemple, c'est s'être forgé la conviction que pour construire une collection de 8 unités, on peut en ajouter 1 à une collection de 7, on peut en ajouter 3 à une collection de 5, on peut réunir deux collections de 4, on peut enlever 2 unités à une collection de 10, etc. Mais Ferdinand Buisson parle également de « composition » et c'est ainsi que plus tard dans la scolarité comprendre le nombre 8, c'est aussi savoir que à 8 fois 25 est égal à 200, que 8 fois 125 est égal à 1000…

Ainsi, avançons une première définition de la compréhension d'un nombre : comprendre un nombre donné, c'est savoir comment il est composé en nombre plus petits que lui et savoir l'utiliser pour en composer de plus grands. La compréhension des nombres se fonde donc dans l'usage pertinent de stratégies de composition-décomposition. Nous ne développerons pas plus avant cette idée dans cette première partie du texte, d'une part parce que cela est fait dans PPM (2007) et ACE (2013), d'autre part parce nous allons voir que le concept de composition-décompostion est constamment présent lorsque l'on cherche à définir les autres concepts qui nous intéressent ici : ceux d'itération de l'unité et de comptage-dénombrement.

Un deuxième concept fondamental, celui d'itération de l'unité

Les cinq premiers nombres se construisent dans l'ordre.

On lit dans le programme maternelle que « l'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre.

Ainsi, l'itération de l'unité est présentée dans le programme comme une propriété qui a partie liée avec la connaissance d'une décomposition : « trois c'est deux et encore un » et son appropriation par l'enfant est qualifiée de « progressive ». Pour mieux expliciter ce qu'est l'itération de l'unité, précisons la façon dont s'effectue cette progression.

- L'enfant apprend d'abord que « deux cubes, c'est un cube et encore un », il apprend que « deux verres, c'est un verre et encore un », que « deux chaises, c'est une chaise et encore une », etc.

- Cela lui permet de donner du sens à l'expression « deux, c'est un et encore un » dans laquelle ne figure aucune unité. Celle-ci permet en effet de mémoriser la façon dont on forme des collections de « deux cubes », de « deux verres », de « deux chaises »… : on en prend « un et encore un » ou bien « une et encore une ».

- L'enfant apprend ensuite que « trois cubes, c'est deux cubes et encore un », il apprend que « trois verres, c'est deux verres et encore un », que « trois chaises, c'est deux chaises et encore une », etc.

- C'est ainsi que, plus tard, il donne du sens à l'expression : « trois, c'est deux et encore un » parce qu'elle lui permet de mémoriser la façon dont on forme des collections de « trois cubes », « trois verres », « trois chaises »… : on en prend « deux et encore un »..

- L'enfant apprend ensuite que « quatre cubes, c'est trois cubes et encore un », il apprend que « quatre verres, c'est trois verres et encore un », que « quatre chaises, c'est trois chaises et encore une », etc.

- Idem avec « cinq »

En effet, les résultats de la recherche en psychologie des apprentissages numériques (voir par exemple Sarnecka & Carey, 2008) ne laissent aucun doute : jusqu'à « cinq », l'enfant comprend les nombres dans l'ordre. On n'a jamais vu un enfant comprendre le nombre 3 sans lui associer les nombres 1 et 2, ni un enfant comprendre le nombre 4 sans lui associer les nombres 1, 2 et 3 et, enfin, un enfant comprendre le nombre 5 sans lui associer les nombres 1, 2, 3 et 4.

Encore faut-il préciser ce que signifie l'expression « comprendre un nombre ». Les chercheurs considèrent aujourd'hui le plus souvent que cette compréhension commence avec l'appropriation progressive de l'itération de l'unité (pour une synthèse des recherches disponibles, voir Brissiaud, 2014 a et b). Ainsi, on ne peut pas parler de compréhension du nombre 5 tant que l'enfant ne sait pas qu'une collection de 4 objets à laquelle on en ajoute 1 contient alors 5 objets. Insistons encore une fois : il ne s'agit là que du début de la compréhension de ce nombre parce que, comme nous l'avons vu plus haut, bien comprendre le nombre 5, c'est savoir utiliser le fait que 5, c'est aussi 3 et encore 2, c'est 2 et encore 3 ou bien 1 et encore 4. Ultérieurement, l'enfant accèdera à une compréhension du nombre 5 meilleure encore lorsqu'il apprendra que 5 + 1 = 6, que 5 + 2 = 7, que 5 + 5 = 10, que 5 x 5 = 25, que 5 x 20 = 100, etc.

Cependant, parmi toutes les façons de composer de nouveaux nombres, il convient évidemment d'en distinguer une : celle qui relie l'ordre sur les nombres à leur engendrement successif par ajout d'une nouvelle unité. On lit ainsi p. 17 du programme que « les enfants doivent comprendre que toute quantité s’obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s’obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres. ». Il s’agit là d’une définition générale de l’itération de l’unité, une définition qui vaut pour les cinq premiers nombres mais aussi pour les suivants : les enfants doivent comprendre qu’en ajoutant une nouvelle unité à une collection de 5 le nombre change (un nombre est défini à 1 près !) et, donc, que le nom de ce nouveau nombre est différent de 5 : on l’appelle 6 et ce nouveau mot est le successeur de 5 dans la suite des noms de nombres. Et l’on définirait de même le début de la compréhension des nombres 6, 7, 8…

Notons cependant que le processus de compréhension des nombres au-delà de 5 ne se déroule pas à l’identique de celui des premiers nombres du fait que le nombre 5, celui des doigts d’une main, joue un rôle crucial dans la compréhension des nombres de 6 à 10. En effet, comme il est facile de se représenter les nombres au-delà de 5 sur les doigts, le nombre 7 peut aisément être présenté comme 5 et encore 2, et pas seulement comme 6 et encore 1 ; 8 peut aisément être présenté comme 5 et encore 3 et pas seulement comme 7 et encore 1, etc.

La transition du « nombre de … » au nombre

On lit dans le programme que : « le nombre en tant qu’outil de mesure de la quantité est stabilisé quand l’enfant peut l’associer à une collection, quelle qu’en soit la nature, la taille des éléments et l’espace occupé : cinq permet indistinctement de désigner cinq fourmis, cinq cubes ou cinq éléphants ».

Lorsqu’un enfant parle de 3 fourmis (respectivement : cubes, éléphants…), nous allons voir qu’il est utile de prendre au sérieux le fait que dans ce que dit l’enfant, le nombre 3 est suivi de la nature de l’unité (une fourmi) et, donc, de considérer que cet enfant parle alors d’un « nombre de fourmis » (respectivement : de cubes, d’éléphants…), c’est-à-dire qu’il parle d’un « nombre de… ». Cette distinction entre « nombres de… » et « nombres » est très importante parce que, comme cela est souligné dans le passage précédent du programme, les compétences d’un enfant avec un nombre sans unité ne sont pas nécessairement les mêmes qu’avec les « nombres de… ». De plus, l’enfant découvre les différents « nombres » alors qu’il s’agit de « nombres de… ».

Ainsi, considérons ce dialogue avec un enfant dont on pense qu’il comprend les 2 premiers nombres parce qu’il réussit toutes les tâches mettant en jeu des collections de 2 unités. Il sait donner 2 cubes (crayons, images…) en justifiant sa réponse du fait que c’est 1 cube (crayon, image…) et encore 1. Il sait former une collection de 2 doigts de différentes façons. Si trois boîtes contiennent respectivement 1, 2 et 3 cubes, il sait indiquer celle qui en contient 2. Face à 1 cube, il sait ce qu’il faut faire pour qu’il y en ait 2. Et bien d’autres tâches pourraient être évoquées ici parce que, prises dans leur ensemble, elles attestent de la compréhension du nombre 2. L’enseignant décide de lui apprendre le nombre 3 et, dans ce but, il le met face à un panier vide et divers objets sur la table : un tas de cubes, un pot rempli de crayons, une boîte remplie d’images… Ce dialogue s’ensuit (l’enseignant vise une théâtralisation de la définition de 3).

Enseignant : Prends 2 cubes et mets-les dans le panier… (l’enfant réalise l’action). Combien y a-t-il de cubes dans le panier ?

Enfant : Il y a un cube, un cube (en les montrant respectivement), deux cubes.

Enseignant : Regarde, je prends un autre cube et je vais le mettre lui aussi dans le panier. Attention ! Maintenant dans le panier, il y a… 2 cubes (en les montrant)… et encore 1 cube (en le posant légèrement à part), 3 cubes (en les entourant avec le doigt). Tu vois, 2 cubes et encore 1 cube, c’est 3 cubes ; 2 et encore 1, c’est 3.

Enseignant : Je vide le panier et maintenant je te demande de mettre 3 crayons dans le panier… (ensuite 3 images…)

A travers un tel dialogue l’enfant rencontre le nombre 3 sous la forme d’un « nombre de cubes » et, plus généralement, les enfants rencontrent chacun des premiers nombres alors qu’il s’agit de « nombres de… »

(crayons, images…). Mais on remarquera que l'enseignant a judicieusement choisi de reformuler l'expression « 2 cubes et encore 1 cube, c'est 3 cubes » sous la forme plus générale « 2 et encore 1, c'est 3 ». En effet, si l'utilisation de « nombres de… » s'impose pour que l'enfant puisse se référer aux objets physiques de la situation (2 cubes… et encore 1 cube, c'est 3 cubes), l'usage dans le même temps de l'expression « 2 et encore 1, c'est 3 » fournit à l'enfant un premier indice du fait que le procédé vaut quelle que soit l'unité (cubes, crayons, images…) : la reformulation des relations entre « nombres de… » sous la forme de relations entre nombres, favorise la transition « des nombres de… » vers les nombres.

L'usage de « nombres figuraux » favorise également cette transition

On lit dans le programme (p. 14) que : « Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois), la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu. »

C'est le seul passage des programmes qui parle de ce que j'ai longtemps appelé des « collections-témoins organisées » (constellations du dé, dominos de Me Herbinière-Lebert qui sont présentés plus loin, doigts de la main…). C'est l'occasion d'exprimer un regret : pour parler de ces entités, j'ai longtemps utilisé de façon systématique l'expression « collection-témoins organisée ». Je pense aujourd'hui qu'il convient d'éviter cet usage systématique et, en alternance, introduire la notion de « nombres figuraux ». C'est le choix des mathématiciens parmi les plus grands comme les pythagoriciens, Pascal, Fermat…, c'est également celui d'un psychologue du siècle dernier, François Bresson (1987), dans un remarquable article de synthèse consacré aux différents types de représentations. Soulignons que, vu l'importance de l'usage des nombres figuraux pour favoriser le progrès de l'enfant, la place qui leur est accordée dans le programme est vraisemblablement insuffisante. Cet usage des nombres figuraux, et notamment des doigts, est longuement analysé dans PPM (Brissiaud, 2004) et ACE (Brissiaud, 2013). Montrons seulement ici que cet usage favorise la transition entre les « nombres de… » et les nombres.

Imaginons ainsi qu'un enseignant de petite section demande à un élève de lui donner 3 cubes tout en lui montrant une collection de 3 doigts qu'il lève ainsi : « Donne-moi 3 cubes, comme ça : deux cubes (en levant 2 doigts) et encore un (en levant un autre doigt), trois ». Pour un enfant, il est plus difficile de comprendre ce que dit l'adulte dans cette situation que dans celle qui a été décrite précédemment. En effet, l'enfant est face à un adulte qui demande qu'on lui donne des cubes alors qu'il montre… des doigts ! Pourquoi l'adulte montre-t-il des doigts alors qu'il désire des cubes et que ceux-ci sont présents sur la table ? De toute évidence, ce second type de dialogue, c'est-à-dire l'usage des doigts pour former des nombres figuraux, ne doit intervenir qu'après le premier type de dialogue.

Mais ce qui fait la difficulté de cette dernière situation est également à l'origine de son intérêt : du fait que l'adulte réalise l'ajout d'une nouvelle unité sur les doigts et non sur les cubes, l'enfant est conduit à prendre conscience que, pour former une collection de 3, c'est l'ajout d'une nouvelle unité à une collection de 2 qui importe et non la nature des unités avec lesquelles cette action est exécutée. Et cette prise de conscience sera favorisée du fait que le même dialogue sera tenu avec des crayons, des images… « Donne-moi 3 crayons, comme ça : deux crayons (en levant 2 doigts) et encore un (en levant un autre doigt), trois », « Donne-moi 3 images, comme ça : deux images (en levant 2 doigts) et encore une (en levant un autre doigt), trois », etc.

Progressivement, du fait qu'un doigt est susceptible de valoir pour un cube, un crayon, une image…, chaque doigt sera considéré comme un symbole renvoyant à l'idée d'unicité et plus seulement comme un substitut de « un cube », « un crayon », « une image »… Et l'enfant comprendra la relation que l'on veut lui enseigner, celle qui relie entre eux des nombres et non des « nombres de… » : « trois, c'est deux et encore 1 ». Ainsi, l'usage des doigts, qui ne sont ni des cubes, ni des crayons, ni des images… mais des unités génériques que l'on porte toujours sur soi et, donc, facilement mobilisables, favorise la transition des « nombres de… » vers les nombres.

Avant d'examiner une autre conséquence de l'usage de nombres figuraux organisés comme les doigts, rappelons que pour favoriser l'accès à d'authentiques nombres figuraux, il est important de représenter un même nombre de différentes façons sur les doigts, de représenter 3 par la configuration « index, majeur, annulaire » tout autant que « pouce, index, majeur », par exemple. L'annulaire pouvant être substitué au pouce dans la représentation de 3, cela renforce l'idée que lui aussi vaut 1 et, plus généralement, que chaque doigt vaut 1 (voir PPM p. 18-20 et ACE p. 79-81).

Privilégier le domaine numérique des 10 premiers nombres

On lit dans le programme qu'en fin de maternelle, les enfants doivent savoir « Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales ».

Ainsi les enseignants de maternelle retrouvent-ils la liberté de n'étudier que les 10 premiers nombres à l'école maternelle. Pourquoi 10 et non 20 ou 30 ? Parce que, comme cela est rappelé dans l'extrait précédent du programme, l'étude des nombres doit s'accompagner de celle de leurs décompositions. Concernant les nombres au-delà de 10 (13, 21, 27, 34…), les décompositions les plus importantes sont évidemment celles dont l'un des termes est 10 ou un multiple de ce nombre : 20, 30… A l'école, il n'y a pas de réelle étude du nombre 11 sans insister sur le fait que « 11, c'est 10 et encore 1 », il n'y a pas de réelle étude du nombre 12 sans insister sur le fait que « 12, c'est 10 et encore 2 », etc. Pour réellement étudier les nombres 11, 12, 13… à l'école maternelle, il faudrait donc y amorcer l'étude du nombre 10 en tant que base de la numération décimale alors que cette étude a mieux sa place au CP.

Pour autant, cela ne signifie pas que la quantification de grandes collections devrait être bannie de l'école maternelle. Donnons l'exemple d'élèves de début de GS qui venaient de recevoir une carte postale grand format, envoyée par une classe avec laquelle ils correspondaient. Sur cette carte, pour l'essentiel, il y a 23 mouettes en vol. L'un des enfants, après avoir dit qu'il y en a beaucoup, demande à la maîtresse combien il y en a. Un autre enfant qui sait compter loin (il faudrait dire « compter-numéroter »), se propose pour le faire. L'enseignant, arguant du fait que la plupart des enfants ne savent pas compter aussi loin, demande de trouver un autre moyen pour savoir combien il y a de mouettes et la solution surgit : « Et si on cherchait combien ça fait de main ? ». Pour former les groupes de 5, les enfants utilise un comptage mais il faudrait dire un « comptage-dénombrement », celui qui a été privilégié dans cette classe (voir la deuxième partie de ce texte à paraître demain). Ils tracent un petit trait sur chaque mouette prise en compte afin d'éviter les oublis et les doublons. Chaque trait représente vraisemblablement un doigt, puisqu'ils cherchent à former des mains. Les groupes de 5 traits sont entourés et la conclusion s'en suit : « Des mouettes, il y en a 4 mains et encore 3 ». La quantité correspondante est réalisée : deux enfants montrent tous leurs doigts, un troisième en montre 3.

Plus tard, en GS, dans une occasion semblable, l'enseignant peut inviter les enfants à faire des groupes de 10, en utilisant 5 comme groupement intermédiaire, évidemment. Il peut même conclure l'échange avec les enfants en leur donnant l'écriture du nombre et en la commentant ainsi (on supposera qu'il s'agit de 46 marrons) : « Donc il y a 4 groupes de 10 marrons et encore 6 marrons, je vais vous dire comment on écrit ce nombre : on écrit le chiffre « 4 » parce qu'il y a 4 groupes de 10 marrons et, à côté du « 4 », on écrit le chiffre « 6 » parce qu'il y a 6 marrons qu'il ne faut pas oublier et ce nombre (en pointant l'écriture « 46 »), les grands le disent « quarante-six ». Quarante-six, c'est 4 groupes de 10, c'est écrit ici (en pointant le « 4 ») et encore 6, c'est écrit là (en pointant le « 6 »). Vous apprendrez à lire et écrire ces nombres l'année prochaine au CP. »

L'enseignant ne fait donc aucune rétention d'informations, il ne refuse pas d'aborder la quantification de grandes collections quand la vie de la classe invite à le faire. En revanche, il privilégie de manière systématique la découverte d'un nouveau nombre en explicitant comment celui-ci est formé en nombres plus petits et déjà connus, sous la forme d'une décomposition qui, en l'occurrence, privilégie le repère 10. Remarquons encore que dans le cas de ces nombres plus grands que 10, l'enseignant ne cherche pas à ce que l'enfant mémorise cette décomposition puisque nous avons vu que, conformément au programme, les nombres au-delà de 10 peuvent ne pas faire l'objet d'un apprentissage systématique. Sa stratégie est de développer chez ses élèves un rapport à ces nombres qui, comme dans le cas des nombres plus petits que 10, fasse que les élèves cherchent à les comprendre en les décomposant en nombres plus petits et en prenant appui de manière privilégiée sur les nombres « incarnés » que sont 5 et 10.

Le nombre 10 apparaissant comme une borne supérieure pour l'étude systématique des nombres à l'école maternelle, la question se pose de savoir si cette borne ne serait pas déjà trop grande et si cette étude systématique ne devrait pas plutôt se limiter aux 5 premiers, par exemple. Une façon de répondre à cette question consiste à se référer aux connaissances des enfants japonais à l'entrée de la classe équivalente à notre CP. En effet, le système scolaire japonais a depuis longtemps fait le choix didactique qui est le nôtre maintenant : favoriser une découverte des nombres à l'aide de leurs décompositions. Par ailleurs, au vu des comparaisons internationales, on observe dans ce pays des performances de haut niveau sur le long terme. Or, les chercheurs japonais (Hatano, 1983) estiment qu'à l'entrée de la classe équivalente à notre CP, la quasi totalité des élèves ont compris les 5 premiers nombres mais que seule une moitié d'en eux les maîtrisent jusqu'à 10. Ainsi, l'attendu de connaître les 10 premiers nombres et leurs décompositions en fin de CP doit-il être considéré comme un idéal régulateur : faire aussi bien qu'au Japon serait déjà un excellent résultat pour l'école maternelle française.

Dans la deuxième partie de ce texte, nous proposerons une progression de la PS à la GS dans l'étude des 10 premiers nombres et nous aborderons deux autres concepts-clés, ceux de comptage-dénombrement et comptage-numérotage.

Rémi Brissiaud

Rémi Brissiaud : Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Deuxième partie

Dans cet article, qui est une suite, Rémi Brissiaud aborde la progression de la PS à la GS dans l'étude des 10 premiers nombres. Il introduit deux nouveaux concepts clés : le comptage-dénombrement et le comptage-numérotage.

La trame d'une progression


Dans la première partie de ce texte, nous avons vu que les 5 premiers nombres se construisent dans l'ordre, notamment à travers l'appropriation progressive de l'itération de l'unité (trois, c'est deux et encore un). Nous avons vu également qu'il convient de privilégier l'étude des 10 premiers nombres en maternelle. Comment répartir ce domaine d'étude entre la PS, la MS et la GS ?

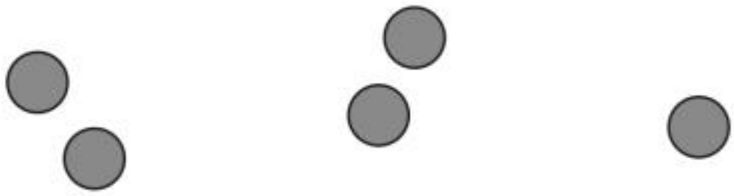
Rappelons tout d'abord que le premier impératif pour l'enseignant de maternelle est de s'adapter à ce que ses élèves comprennent effectivement plutôt qu'aux indications d'une progression censée valoir de manière générale. Dans deux ouvrages précédents, PPM (2007)et Acé (2013), il a été montré que le progrès des enfants dépend de la façon dont l'enseignant et les élèves dialoguent autour des nombres, la parole est donc l'une des composantes importantes du progrès. Or les enfants d'école maternelle sont loin d'avoir tous les mêmes compétences langagières et celles-ci contraignent les progrès possibles dans le domaine du nombre. Le premier impératif pour l'enseignant est donc de construire sa stratégie pédagogique en prenant en compte le niveau réel des élèves. Cela n'empêche pas de donner des repères, chacun d'eux fonctionnant comme idéal régulateur.

En PS, privilégier la compréhension des 3 premiers nombres

Concernant la PS, l'idéal serait que chacun des enfants quitte ce niveau en ayant compris les 3 premiers nombres. Il ne s'agit pas d'un objectif au rabais parce que tout observateur informé d'une classe de CP en début d'année, 3 ans après la PS, peut s'apercevoir que quelques enfants ne savent pas imaginer mentalement ce qui reste lorsqu'on retire 1 objet à une collection de 3, ils ne maîtrisent pas le domaine numérique des 3 premiers nombres.

Quelle est la rationalité d'une telle limite à 3 ? C'est le domaine de ce qu'on appelle le « subitizing », phénomène souvent mal compris. En particulier, les pédagogues disent fréquemment que les enfants auraient la capacité de « voir » les 3 premiers nombres alors que les 3 premiers nombres n'offrent évidemment pas les mêmes possibilités de traitement perceptivo-cognitif qu'un objet ou une couleur qui, eux, se « voient » effectivement. Concernant le nombre, l'emploi du verbe « voir » ne convient pas, mieux vaut parler de « concevoir » et, mieux encore, de « conceptualiser ». En effet, les nombres se découvrent à travers la construction des relations qu'ils entretiennent entre eux (3 chaises, c'est 2 chaises et encore 1 ; c'est 1 chaise, 1 autre chaise et encore 1 autre) et nos sens ne nous donnent évidemment pas un accès *direct* à de telles relations : un travail cognitif s'impose qui est bien plus élaboré que lorsqu'il s'agit de « voir » une chaise, un chat... ou la couleur jaune pour les reconnaître.

En revanche, la découverte du nombre 3 se trouve considérablement facilitée du fait que, jusqu'à 3 unités (le sens de ce mot va être précisé), l'homme a la possibilité de les traiter en un seul focus de l'attention. Face à 3 cubes, par exemple, les concevoir comme 1, 1 et encore 1 se trouve facilité du fait qu'un seul focus de l'attention suffit pour les prendre tous en compte. Mais pour mieux comprendre ce qu'est le subitizing, il convient de noter que l'écolier de GS qui a compris le nombre 5, par exemple, et qui se trouve face à l'image ci-dessous, a toujours la possibilité de traiter ce nombre de points sous la forme de 2 points, 2 autres et encore 1 en un seul focus de l'attention et, donc, de reconnaître rapidement 5.

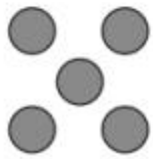


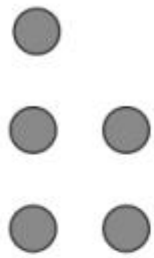
Cela s'explique du fait que le nombre de groupes ne dépasse pas 3 (il y a 1 groupe de deux, 1 autre groupe de deux et 1 « groupe » de un, c'est-à-dire 3 groupes en tout) et le nombre d'items à l'intérieur de chacun des groupes reste lui aussi inférieur ou égal à 3 (ici, son maximum est 2). Ainsi, lorsqu'on parle de 3 unités comme limite supérieure du subitizing, il faut comprendre que chacune d'elles peut-être une « grande unité » composée elle-même de 1, 2 ou 3 unités élémentaires, ce qui étend de manière considérable la plage numérique d'utilisation du subitizing. Ainsi, 3 points, 3 autres points et encore 3 autres peuvent être traités en un seul focus de l'attention par un adulte et, vraisemblablement, par un élève de GS (il y a 3 groupes de 3 : on ne dépasse pas les deux limites). Ce « phénomène des deux limites » (nombre de groupes et nombre d'unités à l'intérieur des groupes) a des conséquences fondamentales en MS et GS : il facilite chez l'enfant l'accès à un grand nombre de décompositions des nombres jusqu'à 9.

En MS, privilégier la compréhension des 5 premiers nombres

Concernant la MS, l'idéal serait que chacun des enfants quitte ce niveau en ayant compris les 5 premiers nombres. Là encore, il ne s'agit pas d'un objectif au rabais. Rappelons qu'au Japon, c'est seulement à la fin de la classe équivalente à la GS qu'on a la certitude que tous les enfants comprennent de façon approfondie les 5 premiers nombres. Il convient par ailleurs de remarquer qu'avec chaque nouveau nombre étudié, le nombre de décompositions croît : il est de trois pour l'étude du nombre 4 (1 + 3 ; 2 + 2 ; 3 + 1) et de quatre pour celle 5 (1 + 4 ; 2 + 3 ; 3 + 2 ; 4 + 1). Il serait de cinq pour le nombre 6, de six pour le nombre 7, etc. De plus, l'étude d'un nouveau nombre ne nécessite pas seulement celle d'un nombre croissant de nouvelles décompositions, mais aussi l'entretien dans la durée de la connaissance des décompositions de tous les nombres qui le précèdent et, donc, le nombre de décompositions qu'il convient d'avoir étudié pour maîtriser les 5 premiers nombres s'élève déjà à *dix* !

Notons de plus que le calcul précédent a été obtenu en prenant seulement en compte les décompositions en deux nombres plus petits alors que celles en trois nombres doivent également faire partie du programme d'étude. C'est évident dans le cas du nombre 3 que les élèves doivent conceptualiser sous la forme 1 + 1 + 1, mais c'est aussi le cas avec 5. En effet, les élèves doivent apprendre à reconnaître et à produire l'une et l'autre des deux constellations associées à ce nombre sous la forme : 2 points, 2 autres points et encore 1 (2 + 2 + 1).





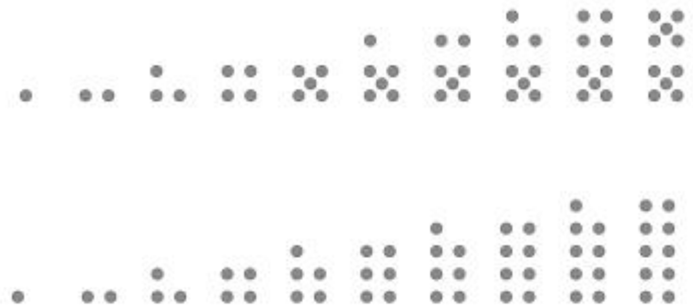
De plus, la meilleure façon de se convaincre que chacune de ces constellations correspond à une collection de 5 points, bien que leurs configurations soient différentes, est de les analyser sous la forme 4 + 1 ou 2 + 2 + 1. On remarquera que pour chacune d'elles, cela se fait facilement de la manière suivante : dans le cas du dé, le cinquième point est placé à l'intérieur du carré formé par les quatre premiers, dans l'autre à l'extérieur. Le fait que de telles constellations différentes s'analysent de la même manière conduit les enfants à progresser vers l'idée que le nombre ne doit pas être confondu avec l'espace occupé, ni avec la répartition dans cet espace, idée que le programme invite à travailler (p. 14).

Il est important de souligner que, si la reconnaissance de ces constellations fait partie du programme, il ne faut pas se contenter d'une reconnaissance qui ne serait que figurale. Par exemple, pour reconnaître les 5 points en quinconce du dé, les enfants ne doivent pas se contenter de remarquer que, pris dans leur ensemble, ces points figurent une sorte de X. L'association du mot « cinq » avec l'image du X seulement est un savoir qui n'entretient aucun lien avec la notion de nombre et qui, même, éloigne de cette notion (PPM, 2007 p. 18-20 et ACé p. 79-81). Il faut faire en sorte que pour les élèves, ces images soient d'authentiques « nombres figuraux » et, donc, qu'ils sachent les analyser sous la forme « 4 et encore 1 » mais aussi « 2, encore 2 et encore 1 ».

Résumons : lorsqu'on s'en tient aux décompositions en deux nombres plus petits, nous avons vu que l'élève qui maîtrise les 5 premiers nombres doit savoir faire usage d'une dizaine de décompositions. Si l'on y ajoute les décompositions en trois nombres plus petits, le répertoire de ce que les enfants doivent savoir utiliser s'élargit encore alors qu'il s'agit seulement des 5 premiers nombres. Cela confirme ce que nous avions annoncé : cette appropriation n'est vraiment pas un objectif au rabais pour la classe de MS.

Les décompositions à privilégier en GS : 5 + *n*, doubles et itération de l'unité

Si l'on fait le calcul du nombre de décompositions qu'il faut savoir utiliser pour connaître de manière approfondie les 10 premiers nombres, on en trouve 45, toujours en se cantonnant aux décompositions en deux nombres seulement. Aussi n'est-il guère raisonnable d'espérer que l'ensemble des enfants se soit approprié les 10 premiers nombres en fin de GS. Comme 45 décompositions sont en nombre trop élevé, la question se pose de savoir lesquelles il convient de privilégier pour l'étude des nombres après 5. La réponse va pratiquement de soi : les décompositions qui ont partie liée avec l'itération de l'unité, évidemment, ainsi que celles qui sont privilégiées par les deux grands systèmes de constellations que l'école utilise depuis bien longtemps (voir figure ci-dessous) : en premier, celles du type 5 + n et, en second, les décompositions des nombres pairs en doubles et celles des nombres impairs en doubles + 1. L'accès aux décompositions suivantes, par exemple, doit être considéré comme prioritaire : 6 = 5 + 1 (itération de l'unité), 6 = 3 + 3 (double), 7 = 6 + 1 (itération de l'unité), 7 = 5 + 2 (repère 5), 7 = 3 + 3 + 1 (double +1), 8 = 7 + 1 (itération de l'unité), etc.



Deux autres concepts fondamentaux : comptage-dénombrement et comptage-numérotage

Le programme maternelle (p. 14) précise que : « *Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaitre, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée* ».

Et, un peu plus loin (p. 15) : « *Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non* »

« Dénombrer », comme le mot l'indique, c'est accéder au *nombre*. Comme nous l'avons vu, cela peut prendre la forme d'une stratégie de décomposition-recomposition s'appuyant sur des quantifications partielles : « il y a 2 unités là, 2 là et encore 1 là, 5 unités en tout », par exemple. Mais le dénombrement peut également s'effectuer en prenant en compte les unités l'une après l'autre, sans répétition ni oubli, c'est-à-dire en procédant à ce qu'on appelle une *énumération* de ces unités. Une telle procédure, lorsqu'elle s'accompagne de la récitation de la suite des mots-nombres, s'appelle un comptage. Mais il existe des façons différentes de compter et l'idée qu'un dénombrement 1 à 1 d'une collection d'objets devrait s'enseigner différemment que sous la forme d'un comptage-numérotage, comme cela est le plus souvent fait dans les familles, est une nouveauté importante du programme 2015. En fait, nous allons voir que là encore, c'est sur l'itération de l'unité qu'il s'agit d'attirer l'attention des élèves, du fait que cette propriété est la porte d'entrée dans le nombre.

Enseigner le comptage-dénombrement dans le cas d'objets déplaçables : théâtraliser l'itération de l'unité

Envisageons le cas où les unités de la collection qu'il s'agit de dénombrer sont des objets déplaçables et supposons par exemple que la tâche consiste à former une collection de 6 cubes à partir d'un tas de cubes situé en bord de table. Pour montrer à un enfant comment l'on compte, l'enseignant va les déplacer du bord de la table vers son centre. Il n'y a qu'une façon de commencer : l'enseignant dit « un » en déplaçant un cube. Pour continuer, en revanche, il y a deux possibilités de coordination entre le pointage du doigt et la prononciation du mot « deux » : soit l'éducateur dit « deux » dès le moment où il pose le doigt sur un nouveau cube du bord de la table, c'est-à-dire avant que celui-ci soit déplacé, et l'enfant comprendra qu'il va déplacer un cube qui s'appelle « le deux », le mot « deux » fonctionnant alors comme une sorte de numéro, soit l'éducateur ne dit « deux » qu'après que le cube a été déplacé, c'est-à-dire après que la collection de deux cubes a été formée, ce qui favorise la compréhension du fait que le mot « deux » désigne une pluralité. Les deux mêmes possibilités existent avec le cube suivant, évidemment : soit le mot « trois » est prononcé dès le moment où le doigt est posé sur un nouveau cube du bord de la table, soit il l'est seulement après que la nouvelle collection a été formée. Et ainsi de suite...

C'est la seconde façon de faire, à savoir ne prononcer le nouveau mot-nombre que lorsque la pluralité correspondante a été formée, qui correspond à ce qu'on appelle l'enseignement du comptage-dénombrement. Enseigner le comptage-dénombrement, c'est, par la façon dont l'on coordonne le pointage des objets et l'énonciation de la suite des mots-nombres, signifier explicitement aux élèves, que *« chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée »* (programme p. 14). C'est donc théâtraliser la propriété d'*itération de l'unité*.

Ainsi, il faut considérer que le comptage-dénombrement est une stratégie de composition-décomposition : il consiste à composer des unités afin de former successivement de nouvelles quantités (composition) de sorte que le nom de chacune d'elles puisse être reconnu comme celui de la quantité égale à la précédente + 1 (décomposition). En sens inverse, cela peut également s'exprimer ainsi : comprendre l'itération de l'unité, c'est comprendre le calcul sous-jacent à un comptage (le calcul +1 réitéré) et c'est donc accéder à un comptage-dénombrement.

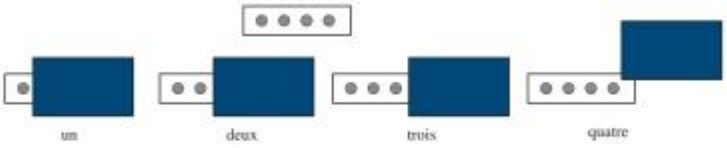
La recommandation d'enseigner le comptage-dénombrement n'est pas nouvelle. On la trouve par exemple en 1962 sous la plume de René Brandicourt, instituteur d'école d'application et pédagogue dont la renommée était bien établie à l'époque puisqu'il est co-auteur d'un ouvrage consacré aux premiers apprentissages numériques avec Jeanne Bandet, Inspectrice Générale des écoles maternelles et Gaston Mialaret, l'un des créateurs des Sciences de l'Éducation en France. Il écrit dans cet ouvrage : « *À ce sujet, comme pour d'autres exercices qui suivent, nous signalons le danger qu'il y a, dans le comptage, à énoncer les nombres en prenant les objets un à un. C'est en posant la 2e assiette sur la 1re que je dis 2, non en la prenant en mains (la 2e n'est pas 2, elle est 1) ; ibid. pour la 3e, la 4e... C'est en examinant la pile constituée que j'énonce 2, 3 , 4... 6.* »

Il est important de remarquer que l'enseignement du comptage-dénombrement d'une collection d'unités déplaçables telles des cubes, par exemple, est encore plus explicite, c'est-à-dire « mieux porté par le langage », quand l'enseignant s'exprime comme suit (on laisse le lecteur imaginer ce que fait le doigt au moment où chacun des noms de nombres est prononcé) : « 1 », « et-encore-1, 2 », « et-encore-1, 3 », « et-encore-1, 4 »... Enfin, la forme la plus explicite qui soit est celle où, de plus, le nom de l'unité est prononcé : « 1 cube ; et-encore-1, 2 cubes ; et-encore-1, 3 cubes... », « et-encore-1, 4 cubes »... En effet, dans l'expression « 4 cubes », par exemple, la syntaxe de ce petit groupe nominal fait que le mot 4 réfère à une pluralité, il n'est pas un numéro. Or, la signification des mots-nombres que le comptage-dénombrement cherche à privilégier est celle de quantités, c'est-à-dire de pluralités.

Dans le dernier cas, le comptage aboutit à un « nombre de... » : 6 cubes, 6 crayons, 6 images... Or, nous avons vu que l'enfant rentre dans les nombres via les « nombres de... ». Ainsi, l'enseignant aura-t-il tout intérêt à commencer par enseigner cette dernière variante du comptage-dénombrement : « 1 cube ; et-encore-1, 2 cubes ; et-encore-1, 3 cubes..., puis celle où l'itération de l'unité est explicitée directement sur des nombres : « 1 », « et-encore-1, 2 », « et-encore-1, 3 »..., et enfin celle qui a été présentée la première, quand l'engendrement successif d'une nouvelle collection par ajout d'une nouvelle unité et la prononciation des mots-nombres sont coordonnés de façon à faire comprendre que chaque mot-nombre réfère à une pluralité. Celle-ci est de toute évidence la plus difficile à comprendre parce que c'est celle qui fournit le moins d'indices permettant d'appréhender la propriété d'itération de l'unité.

Enseigner le comptage-dénombrement dans le cas d'objets non déplaçables

Lorsque, pour enseigner le comptage-dénombrement, les unités sont alignées et non déplaçables, une file de points dessinés par exemple, on peut utiliser un procédé rapporté par divers pédagogues vers le milieu du siècle dernier, dont René Brandicourt (1962) : il consiste à masquer l'ensemble des unités avec un cache avant de découvrir successivement chacune d'elles tout en explicitant combien d'unités sont visibles après chacun des mouvements du cache.



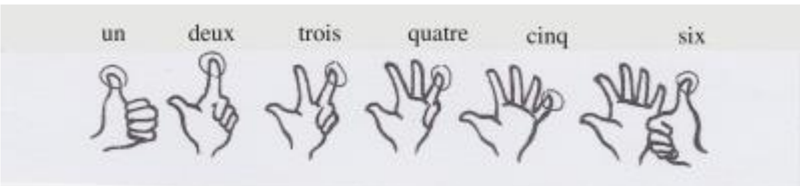
Ce procédé ne doit être utilisé qu'avec des enfants qui ont compris les 3 premiers nombres. En effet, le pédagogue qui l'utilise s'appuie sur le phénomène du subitizing : lorsqu'il prononce le mot « deux », l'enfant comprend que ce mot désigne les 2 points visibles. De même, et toujours grâce au subitizing, lorsqu'il prononce le mot « trois », l'enfant comprend que ce mot désigne les 3 points visibles. Au-delà, l'enfant généralisera : le mot « quatre », comme les mots « un », « deux » et « trois » auparavant, désigne le nombre de points visibles. Là encore, on est dans une sorte de théâtralisation de l'itération de l'unité et, afin d'éviter toute ambiguïté quant à la signification de ce qui est dit, il faut recommander, en début d'apprentissage, d'être encore plus explicite en s'exprimant ainsi (on laisse le lecteur imaginer comment ce qui est dit se coordonne avec le mouvement du cache) : « 1 point ; et-encore-1, 2 points ; et-encore-1, 3 points ; et-encore-1, 4 points » .

Enseigner le comptage-dénombrement dans le cas d'une suite d'évènements

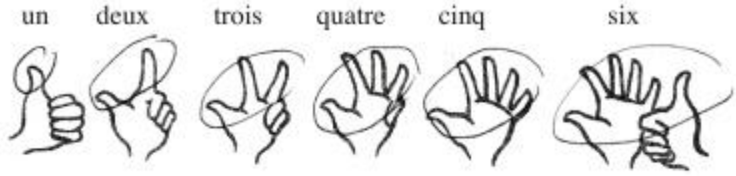
Et lorsqu'il s'agit de dénombrer une suite d'évènements, pour savoir combien de fois l'enseignant va frapper dans ses mains, par exemple, comment les élèves pourraient-il procéder à un comptage-dénombrement des sons produits ? À priori, cela semble impossible et, d'ailleurs, René Brandicourt, le pédagogue dont nous avons rapporté les propos concernant le comptage-dénombrement d'une pile d'assiettes, préconisait à l'époque de renoncer à tout comptage dans un tel cas : « *nous (écartons), dans cette période d'acquisition de la notion de nombre, les exercices cependant amusants qui consistent à enregistrer par audition : 6 coups à l'horloge, 6 chocs à la porte, 6 chutes d'objets... Car on n'entend jamais qu'un bruit à la fois, et on a beau compter les bruits un à un, on ne perçoit que le 1er, le 2e, le 3e... le 6e, jamais les 6 ensemble, qu'on ne pourrait d'ailleurs pas distinguer.* » Pour lui, le comptage visant à savoir combien il y a d'événements dans une suite ne pourrait être qu'un comptage-numérotage.

Il existe cependant deux solutions à ce problème. La première consiste à demander aux enfants de sortir un nouveau doigt sur leur main à chaque fois qu'ils entendent un nouveau son, mais, attention, sans compter verbalement. Ils sortent le pouce, par exemple, quand ils entendent le premier son, l'index quand ils entendent le deuxième, etc. Ayant réalisé une correspondance terme à terme entre les sons et leurs doigts, les élèves de GS comprennent assez facilement que pour savoir combien ils ont entendu de sons, il suffit de regarder combien de doigts sont sortis. Ce nombre sera évidemment déterminé grâce à une stratégie de décomposition-recomposition : 5 doigts et encore 2, c'est 7 doigts, par exemple.

Pourquoi ne pas compter verbalement les doigts, dans un premier temps du moins ? En privilégiant l'emploi des mots-nombres pour désigner des pluralités de doigts, comme c'est le cas dans les stratégies de décomposition-recomposition, on évite que les enfants procèdent à un comptage-numérotage de leurs doigts. C'est d'autant plus important d'adopter une telle stratégie que, la plupart du temps, les parents enseignent le comptage-numérotage sur les doigts : l'enfant dit « un » alors que son attention est portée sur un premier doigt, il dit « deux » alors que son attention est portée sur un deuxième doigt, etc. Chaque mot-nombre est alors utilisé pour numéroter un nouveau doigt.



En revanche, examinons le cas où, dans un premier temps, les mots-nombres sont utilisés pour désigner des pluralités de doigts et seulement des pluralités de doigts. Lorsque l'enfant comptera sur ses doigts, son attention sera successivement attirée par chacune des pluralités engendrées par l'ajout d'un nouveau doigt :



Dans ce cas, chaque mot prononcé réfère à la nouvelle pluralité résultant de l'ajout d'un doigt : l'enfant utilise l'itération de l'unité, il procède à un comptage-dénombrement des doigts.

La seconde solution permettant de dénombrer une suite d'événements fait également usage des doigts. Contrairement à la précédente, elle repose sur un comptage verbal mais, dans ce cas, il est essentiel que, dans un premier temps au moins, celui-ci soit de la forme (on laisse le lecteur imaginer le mouvement des doigts) : « 1 », « et-encore-1, 2 », « et-encore-1, 3 »... afin d'être sûr que l'enfant ne numérote pas ses doigts. Remarquons que, comme ce que dit l'enfant est assez long, il ne faut pas que le rythme de survenue des différents événements soit trop rapide, afin de lui laisser le temps de prononcer les paroles qui accompagnent un tel comptage-dénombrement explicite.

Concluons en insistant sur le fait que tous les usages des doigts ne se valent pas et c'est seulement lorsqu'il sont utilisés pour mettre en oeuvre des stratégies de décomposition-recomposition, dont le comptage-dénombrement, que leur intérêt pédagogique est assuré. Dans le cas contraire, c'est-à-dire dans les usages où les doigts sont numérotés, ils peuvent faire obstacle au progrès, ce que le bon sens populaire avait d'ailleurs perçu en empêchant certains enfants de compter sur leurs doigts.

Théâtraliser la correspondance 1 mot - 1 unité, c'est enseigner le comptage-numérotage

Disons quelques mots de l'autre façon d'enseigner le comptage, celle qui s'est trouvée préconisées entre 1985 et 2015 par la plupart des pédagogues français. Dans Acé (2013), on trouve une histoire de l'enseignement du comptage qui montre que c'est vers la fin des années 1980 que l'école française a renoncé à enseigner le comptage-dénombrement et s'est mise à recommander la façon de compter qui était rejetée par René Brandicourt, celle où chacun des mots un, deux, trois, quatre... réfère à une unité et une seule. À cette époque il était en effet demandé aux enseignants de théâtraliser la correspondance 1 mot - 1 unité afin que l'enfant respecte ce qu'une psychologue du siècle dernier appelait « le principe de correspondance terme à terme » (voir Acé, 2013 p. 13-20). Or, cette façon d'enseigner le comptage est celle qui est le plus souvent privilégiée dans les familles, c'est donc la façon de sens commun.

Ainsi, supposons qu'un parent demande à son enfant (3 ans, par exemple) de compter les cubes d'une collection qui en contient quatre. Il est fréquent d'observer l'enfant toucher chacun des cubes avec l'index tout en récitant la comptine numérique mais sans aucune coordination entre les deux, ce qui peut conduire l'enfant à dire : 1, 2, 3, 4, 5, 6 alors qu'il n'y a que quatre cubes. Dans ce cas, la plupart du temps, le parent prend le doigt de l'enfant en lui disant qu'il va lui montrer comment on compte, il pose le doigt sur l'un des cubes et dit « un » en appuyant sur le doigt de l'enfant, il pose ensuite le doigt sur le cube suivant et dit « deux » en appuyant à nouveau sur le doigt, etc. Il théâtralise ainsi la correspondance 1 mot - 1 unité. Lorsque le comptage est enseigné ainsi, les mots-nombres fonctionnent comme des sortes de numéros : « le un, le deux, le trois, le quatre... » et, donc, l'on peut parler de l'enseignement d'un comptage-numérotage (Brissiaud, 1989, 1995).

On trouve une critique détaillée de l'enseignement du comptage-numérotage dans les ouvrages précédents ainsi que dans PPM (2007) et Acé (2013). Une argumentation précise, prenant en compte les résultats des travaux scientifiques les plus récents, est avancée dans deux textes mis en ligne sur le site de la Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques (Brissiaud, 2014 a et b). Il y est notamment montré que l'enseignement du comptage-numérotage est d'autant plus dangereux qu'il conduit à des succès à court terme qui font obstacle au progrès sur le plus long terme. Rappelons que cette idée, elle, n'est pas récente puisqu'un couple d'instituteurs maîtres d'application qui travaillaient avec l'Inspectrice Générale Suzanne Herbinière-Lebert écrivaient il y a 50 ans (Fareng et Fareng, 1966) : «...*cette façon empirique* [le comptage-numérotage] *fait acquérir à force de répétitions la liaison entre le nom des nombres, l'écriture du chiffre, la position de ce nombre dans la suite des autres, mais elle gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, elle empêche l'enfant de penser, de calculer* ?». De fait, il est facile de montrer que cette façon de compter fait obstacle à l'accès à l'itération de l'unité et aux décompositions et, donc, à la compréhension des nombres (voir Brissiaud, 2014 a et b).

Rémi Brissiaud

Chercheur au Laboratoire Paragraphe, EA 349 (Université Paris 8)

Équipe « Compréhension, Raisonnement et Acquisition de Connaissances »

Membre du conseil scientifique de l'AGEEM