

**MODULE DE FORMATION :**

**ENSEIGNER  
LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES  
ARITHMÉTIQUES  
EN CM1 ET CM2**

**Mercredi 21 mars 2018**

**Collège M. Leroux**

**Circonscription Villeurbanne 1**

UNE PRIORITE DU PLAN NATIONAL DE FORMATION  
DES ENSEIGNANTS DU 1<sup>ER</sup> DEGRE

# LES MATHÉMATIQUES AU CYCLE 3

Un parcours de 9 heures pour chaque enseignant de CM1 et CM2

► 4 THEMES :

- Fractions et nombres décimaux.
- Calcul.
- Proportionnalité.
- Résolution de problèmes.

# COMMENT ENSEIGNER LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ?

## Organisation du module de formation

### ▶ Partie 1 (présentiel, format-conférence) : 2 h 30.

- ❖ Comprendre les enjeux et les difficultés de l'enseignement de la résolution de problèmes.
- ❖ Développer une vigilance face aux propositions de méthodologie de la résolution de problème.
- ❖ Découvrir ou approfondir ses connaissances sur le rôle des problèmes arithmétiques dits « basiques ».
- ❖ Découvrir une typologie simplifiée de Vergnaud.

### ▶ Partie 2 (autonomie) : maximum de 4 h 30.

- ❑ Expérimentation dans les classes.
- ❑ Analyse et réflexion en équipe.

### ▶ Partie 3 (présentiel, par secteur de collège) : 2 h.

- Retour réflexif sur l'expérimentation.

## Présentation du module de formation

- ▶ Remarque liminaire: Ce module est élaboré à partir des apports issus du séminaire de l'ESENER du 25 au 28 septembre 2017 notamment des travaux de madame Catherine Houdement.
- ▶ Une problématique d'enseignement : Comment permettre à l'élève de résoudre seul des problèmes arithmétiques en enrichissant son répertoire de problèmes ?
- ▶ Objectif pour l'enseignant : Être capable de choisir des problèmes arithmétiques de façon à structurer son enseignement.

# PLAN

- 1) COMPRENDRE LES ENJEUX.
- 2) COMMENT ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES ?
- 3) QU'EST-CE QUE RESOUDRE UN PROBLEME ?
- 4) PRINCIPES DIDACTIQUES.
- 5) LES PROBLEMES BASIQUES POUR CONSTITUER UNE MÉMOIRE POUR LA RESOLUTION.
- 6) MISE EN SITUATION et PRESENTATION DU TEMPS DE FORMATION EN AUTONOMIE.

# **1) COMPRENDRE LES ENJEUX**

## **Savoir repérer les difficultés des élèves...**

**Quel est le nombre de tulipes dans chaque massif ?**

- a) Un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes ;
- b) Un massif de 60 rangées de 15 tulipes ;
- c) Un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles ;
- d) 60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers.

# COMPRENDRE LES ENJEUX

## Savoir repérer les difficultés des élèves...

- A. Deux classes A et B. Dans la classe A, il y a 19 élèves, ce qui fait 7 élèves *de moins que* dans la classe B. Combien d'élèves dans la classe B ?
- B. Aujourd'hui Marie a 20 marrons. Elle a 12 marrons *de plus qu'hier*. Combien en avait-elle hier ?

# COMPRENDRE LES ENJEUX

## Savoir repérer les difficultés des élèves...

### *Les châtaignes de Charles*

©ARMT cat.5 6 7

Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand.

Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier. Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen.

Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kg de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier.

Combien de kg de châtaignes Charles a-t-il mis dans chaque panier ?  
Combien de kg lui reste-t-il ?

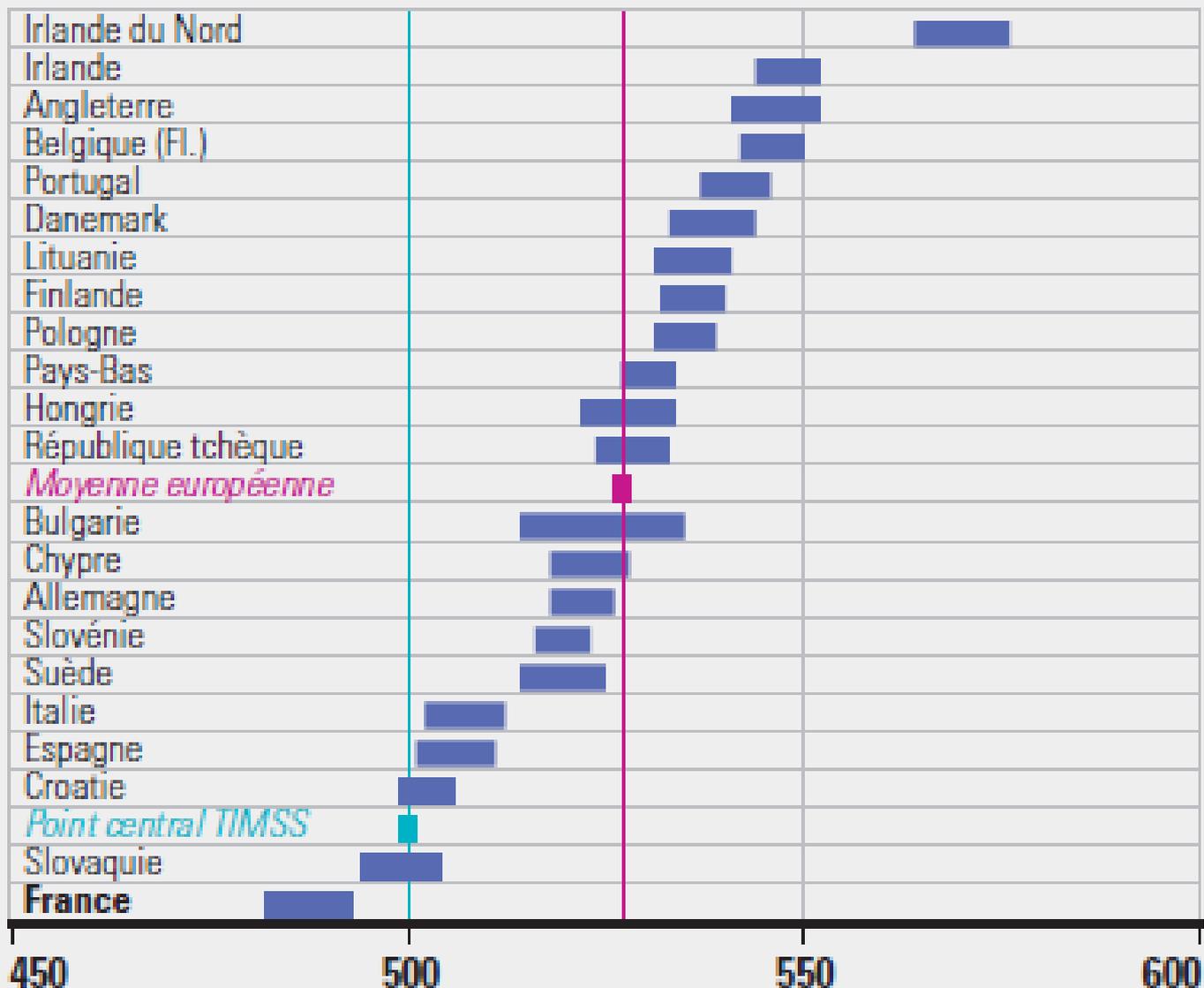
# COMPRENDRE LES ENJEUX

## Améliorer les performances des élèves français

### Résultats de 2 évaluations :

- Enquête TIMSS 2015 en mathématiques en fin de CM1.
- Evaluation CEDRE en fin d'école primaire.

# Enquête TIMSS 2015



Répartition des performances des pays de l'Union Européenne en mathématiques

Intervalle de confiance (95 %) de la moyenne ( $\pm 2SE$ )

# TIMSS 2015 (CM1)

M06_05	
TIMSS Benchmark	Elevé
Domaine de contenu	Nombre
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Résoudre un problème à plusieurs étapes impliquant des décimales à deux positions et des nombres entiers.

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.

Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.

Julien a 4 zeds.

Combien de zeds Julien doit-il avoir **en plus** pour acheter les deux bouteilles ?

- (A) 1,06 zeds
- (B) 1,16 zeds
- (C) 5,06 zeds
- (D) 5,16 zeds

# TIMSS 2015 (CM1)

M06_05	
TIMSS Benchmark	Elevé
Domaine de contenu	Nombre
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Résoudre un problème à plusieurs étapes impliquant des décimales à deux positions et des nombres entiers.

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.

Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.

Julien a 4 zeds.

Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?

- (A) 1,06 zeds
- (B) 1,16 zeds
- (C) 5,06 zeds
- (D) 5,16 zeds

M06_05	France 42 % - Europe 56 % - International 51 %
TIMSS Benchmark	Elevé
Domaine de contenu	Nombre
Domaine cognitif	Appliquer
Description	Résoudre un problème à plusieurs étapes impliquant des décimales à deux positions et des nombres entiers.

# Évaluation CEDRE (fin d'école primaire) - Note DEPP n° 18 - mai 2015

Groupe 5	10,2 %	... Ces élèves font preuve <b>d'expertise</b> dans les compétences et connaissances de fin d'école primaire, ils <b>mâtisent tous les champs du programme</b> et font preuve de capacité d'abstraction, de rigueur et de précision.
Groupe 4	18,8 %	... Ces élèves sont capables de mettre en œuvre des <b>stratégies évoluées</b> , de résoudre des problèmes complexes et de <b>produire des réponses en autonomie</b> pour des situations peu fréquentes en classe...
Groupe 3	28,6 %	...Si ces élèves sont capables de résoudre des problèmes de proportionnalité qui ne mettent pas en jeu des unités spécifiques, leurs <b>acquis restent fragiles</b> lorsqu'il s'agit de produire en autonomie une réponse.
Groupe 2	26,1 %	Ces élèves ont des connaissances sur les nombres entiers qui leur permettent <b>de réussir un certain nombre de problèmes</b> de type additif voire soustractif <b>sans étape intermédiaire</b> . Ils traitent l'information et sont capables de retrouver un résultat correct mais ils <b>échouent quand il s'agit de produire une réponse en autonomie</b>
Groupe 1	12,6 %	...Les réussites observées s'appuient essentiellement sur des <b>automatismes</b> scolaires. Certains de ces mécanismes leur permettent de réussir des problèmes additifs directs qui ne nécessitent <b>qu'une seule étape</b> pour leur résolution.
Groupe < 1	3,7 %	Ces élèves peuvent répondre ponctuellement à quelques items simples. Ils <b>mâtisent très peu de compétences ou de connaissances</b> exigibles en fin d'école primaire.

## 2) COMMENT ENSEIGNER LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ?

### Points de vigilance

Des pratiques de classe à réinterroger...

Vigilance face aux ressources qui sont régulièrement utilisées en classe et proposées dans les manuels :

- ▶ « *aides méthodologiques pour la résolution de problèmes* »
- ▶ « *méthodologie de la résolution de problèmes* »

# COMMENT ENSEIGNER LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ?

## Points de vigilance

### Des tâches à questionner...

Les consignes du types :

- ***Souligner les informations utiles***
- ***Barrer les informations inutiles***
- Ect..

ne permettent pas d'améliorer la résolution de problèmes :

1- Elles supposent qu'il existe une aptitude générale à la résolution de problèmes, indépendante des connaissances notionnelles.

2- Quand on les analyse, ce sont des tâches qui ne peuvent pas être faites sans résoudre le problème. Elles sont parties prenantes de la résolution. Elles ne sont pas antérieures à l'activité de résolution. Ces éléments sont confirmés par les travaux de psychologie cognitive.

# COMMENT ENSEIGNER LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ?

## Points de vigilance

Une autre tâche à questionner...

**Trouve et écris la question qui convient  
puis résous le problème.**

*Jean doit livrer 450 bouteilles de vin à un client.  
Il en a déjà transporté 184.*

# COMMENT ENSEIGNER LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ?

## Points de vigilance

Un exemple de méthodologie trouvée dans des ressources pour la classe (manuels, internet...) :

- 1) *Je lis attentivement l'énoncé.*
- 2) Je repère les données utiles en copiant « ce que je sais et ce que je cherche ».
- 3) J'élimine les données inutiles.
- 4) Je me demande comment « ce que je sais » va me permettre de trouver « ce que je cherche ».
- 5) *Je choisis la bonne opération.*
- 6) *J'effectue le(s) calcul(s).*
- 7) *J'écris une phrase-réponse.*

L'originalité de Julo, ce n'est pas la  
problématique formulée, c'est son  
traitement !

Selon lui, l'aide à la résolution de problème consiste  
à « chercher à prendre en compte le mieux  
possible les relations entre une tâche donnée ...  
et le fonctionnement cognitif induit par cette  
tâche .. Le but est que ces relations soient les plus  
fructueuses possibles du point de vue d'un  
objectif donné ».

Il ne s'agit donc pas, selon lui, de **guider** l'élève  
**vers une procédure** particulière le conduisant  
à la solution, ni de **l'entraîner à utiliser des  
stratégies cognitives**, mais de **l'aider à se  
représenter** le problème.

Pour pouvoir aider les élèves à se représenter le problème, il faut analyser le processus de représentation du problème.

Jean Julo<sup>(1)</sup> décrit trois (sous) processus en jeu quand on résout un problème.

(1) - Jean Julo, *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Presses Universitaires de Rennes-1995

# 1) Interprétation et sélection

L'élève est face à un contexte sémantique, qu'il doit interpréter, ce qu'il fait, guidé par les connaissances qu'il a à un moment donné.

Il serait faux de penser, d'après lui, que les informations dont l'élève a besoin pour résoudre le problème sont là, **bien visibles...**

## Un exemple...(fourni par Catherine Houdement)

Considérons les quatre énoncés suivants :

Calculer le nombre de tulipes dans :

- Un massif de fleurs, formés de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes;
- Un massif de 60 rangées de 15 tulipes;
- Un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles;
- Un massif, sachant que 60 tulipes sont disposées en 15 massifs identiques.

Ces problèmes se ressemblent :

même contexte, mêmes valeurs numériques,  
même question.

Comment arrivons-nous à les discerner quant au  
traitement à mener pour arriver à la solution ?

J.Julo nous dit que nous interprétons le contexte sémantique et nous lui associons spontanément une opération **car nous avons les connaissances qui ont créé cette association**, nous avons **construit** des associations entre contexte et opération numériques, associations que Julo nomme « schémas de problèmes ».

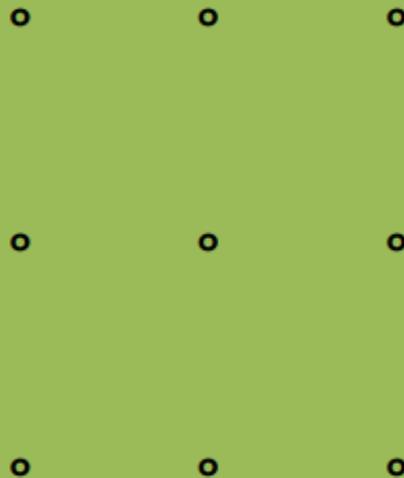
## 2) Structuration

La représentation d'un problème ne se construit pas de façon juxtaposée, mais elle forme un tout cohérent qui se structure.

Ainsi, les élèves restent parfois bloqués dans la résolution d'un problème parce qu'ils n'envisagent pas de sortir du cadre qu'ils se sont fixé et qui pourtant n'est pas efficace.

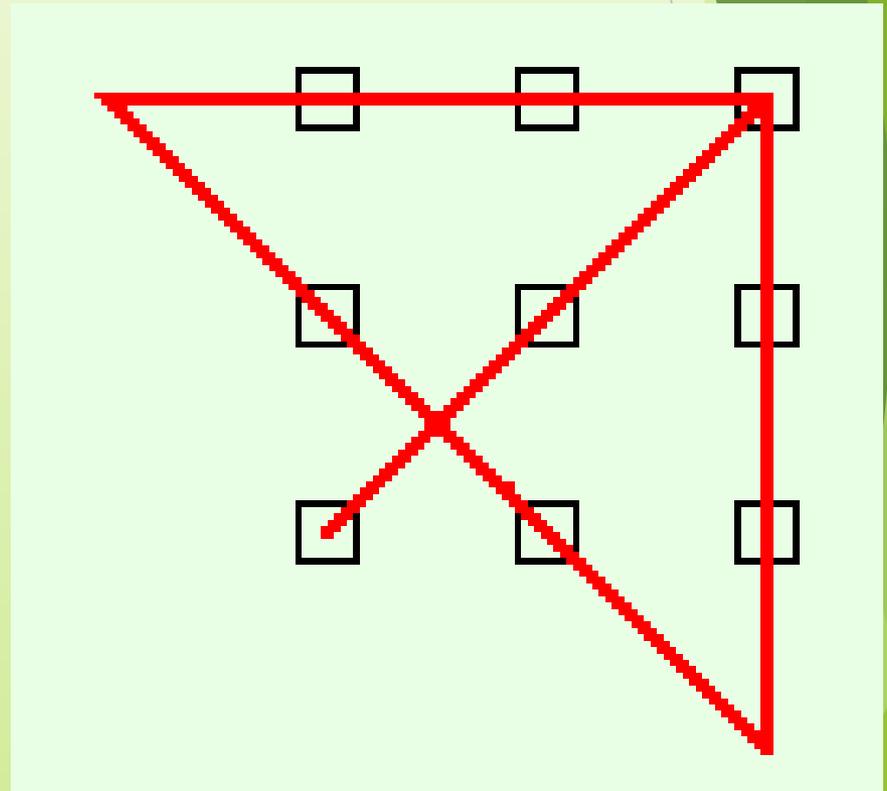
## Exemple

Reliez les neufs points par une ligne brisée de quatre segments qui passe une fois et une seule par chacun des points.



Remarque : le lecteur est souvent bloqué parce qu'il a structuré (de sa propre initiative) la figure en un carré.... Et qu'il (se) refuse à en sortir...

Voici une manière de faire :



### 3) Opérationnalisation

C'est le processus qui permet le passage à l'action effective (calculs, tracés...) ou mentale (raisonnement,...).

Ce processus résulte de la mise en œuvre de **connaissances opératoires, issues de nos expériences passées.**

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Processus cognitifs mis en jeu

Jean Julo dit que lorsqu'on cherche à résoudre un problème, on se construit progressivement une représentation de celui-ci.

**Trois processus cognitifs interviennent dans cette construction :**

- Interprétation et sélection des informations
  - Structuration de ces informations
  - Opérationnalisation
- amènent à
- Se construire une représentation du problème
  - Choisir une stratégie et
  - Elaborer une procédure de résolution
- permet de
- Mettre en action nos connaissances.

Jean Julo insiste sur le fait que ***ces processus ne sont pas linéaires, mais simultanés et qu'ils interagissent.***

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Compétences mises en jeu

Lors de la résolution du problème, l'élève met en jeu de manière simultanée les compétences suivantes : (extrait des programmes 2015)

- ▶ comprendre un énoncé,
- ▶ pratiquer une démarche d'investigation,
- ▶ justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat,
- ▶ formuler et communiquer sa démarche et ses résultats.

### Référence aux 6 compétences travaillées :

- ▶ Chercher
- ▶ Modéliser
- ▶ Représenter
- ▶ Reasonner
- ▶ Calculer
- ▶ Communiquer

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Apprentissage de la résolution de problèmes

### Un objectif d'apprentissage :

Développer des attitudes et des capacités de **recherche** nécessaires à **l'activité de résolution**



#### ➤ Qu'est-ce que chercher ?

- Sens double chercher/trouver

#### ➤ Qu'est-ce que résoudre un problème ?

- Processus cognitifs
- Compétences mises en jeu
- Tâches à effectuer

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Quels obstacles rencontrent les élèves ?

### Des obstacles de différentes natures

- ▶ Roland Charnay précise que résoudre un problème suppose :
  - 1) un contrat,
  - 2) des stratégies disponibles,
  - 3) des connaissances et capacités (sens et technique des opérations).

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Origine des obstacles

### **Origines des obstacles rencontrés en résolution de problèmes**

Des connaissances et capacités indisponibles ou difficilement mobilisées : concepts mathématiques, techniques de calcul, lecture...

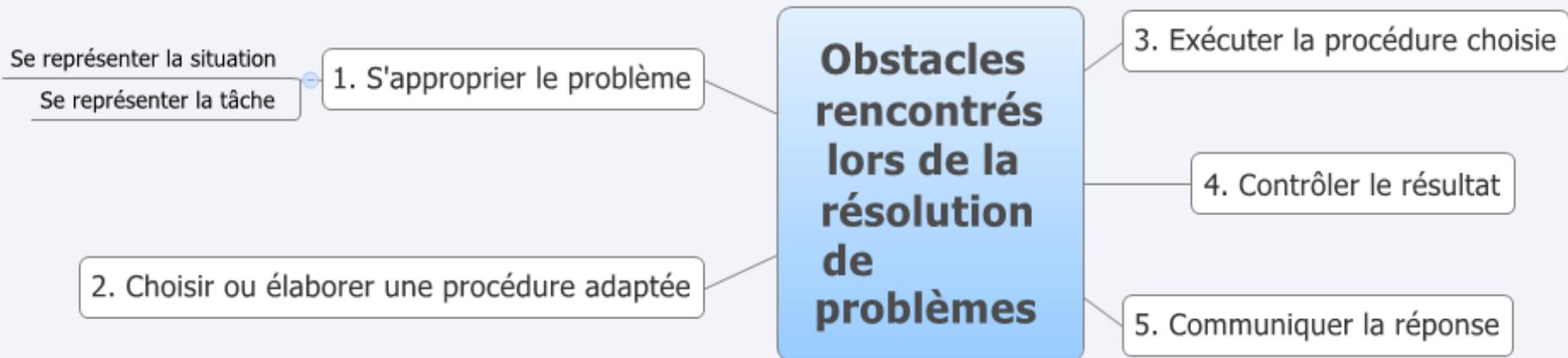
Une incompréhension du contrat didactique.

Des stratégies, des procédures de résolution et/ou des moyens de contrôle du résultat non disponibles et/ou insuffisamment structurée.

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Tâches à effectuer

L'élève doit gérer plusieurs tâches en même temps, chaque tâche pouvant constituer un obstacle à la résolution.



# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Reconnaissance et représentation d'un problème

La représentation d'un problème que se construit un sujet oscille entre deux « possibilités extrêmes » :

1. **Ce problème ressemble à un problème connu par le sujet :**  
→ traitement inféré de mémoire :
  - *Ex : les massifs de fleurs.*
2. **Ce problème ne rappelle rien au sujet :**  
→ construction d'une stratégie (nouvelle) :
  - *Ex : les châtaignes pour des élèves de CM.*

**Reconnaitre un problème est lié à la représentation (évolutive) que le sujet s'en fait et à sa mémoire des problèmes. (J. Julo 1995)**

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Typologie des problèmes

*Le nombre au cycle 3 : « Résolution de problèmes »,  
article de J. Douaire et F. Emprin*

Tâche de l'élève	Modèle de résolution disponible			Problème idéal	
Types de problèmes	Problème d'application directe du sens des opérations	<b>Problème complexe</b>		Situation-problème	<b>Problèmes « non standards »</b>
Objectif(s)	Problème destiné à approfondir, maîtriser ou contrôler des notions déjà abordées.	Problème de investissement de plusieurs notions dans différents contextes.	Problème à étapes qui permet à l'élève de planifier sa solution.	Problème dont la résolution vise la découverte de notions nouvelles.	Problème permettant à l'élève de : prendre des initiatives, formuler des hypothèses et contrôler par lui-même sa production, voire apprendre à la prouver.
Fonction : apprentissage..	... par la résolution de problèmes	... par la résolution de problèmes	<b>... de la résolution de problèmes</b>	... par la résolution de problèmes	<b>... de la résolution de problèmes</b>

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Dans les programmes du cycle 3

### Enjeux

- Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

### Des fonctions et des contextes différents

- La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.
- Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. Les élèves fréquentent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques.

### Des problèmes arithmétiques

- Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent **d'enrichir le sens des opérations** déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et **de leur structure**.
- Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

# QU'EST-CE QUE RÉSOUDRE UN PROBLÈME ?

## Dans les programmes du cycle 3

### Compétence travaillée (lien avec le SCCCC)

**Modéliser** : Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

**Attendus de fin de cycle / Compétences et connaissances associées / Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève**

#### **Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul**

Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations.

- » Sens des opérations.
- » Problèmes relevant :
  - des structures additives ;
  - des structures multiplicatives.

Enrichir le répertoire des problèmes additifs et multiplicatifs, notamment les problèmes relevant de la division.

# PRINCIPES DIDACTIQUES

## Deux objectifs majeurs

- **Enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes :**
  - *pour les élèves* : avoir des occasions de résoudre des problèmes et de **les réussir seuls**.
  - *pour l'enseignant* : définir des types de problèmes dont on attend qu'ils soient **résolus « automatiquement »** par les élèves.
  
- **Permettre l'invention de procédures :**
  - Passage indispensable pour pouvoir automatiser des procédures de résolution.
  - Permettre à l'élève d'oser, déclencher la recherche.

**Ces 2 objectifs sont à mener de front sans quoi les élèves ne progressent pas en résolution de problèmes.**

# PRINCIPES DIDACTIQUES

## 1 : Enrichir la mémoire des problèmes

### Compétence travaillée = MODELISER

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

### Quels types de problèmes ? = Les problèmes dits « basiques »

Par exemple, en arithmétique, les problèmes liés à une opération : 2 données pour trouver la 3<sup>ème</sup> (ou bien pour la proportionnalité, 3 données pour trouver la 4<sup>ème</sup>) :

- Sans information superflue,
- Avec une syntaxe simple,
- À une seule étape (one step problems).

Il en existe assez peu de ce type dans les manuels, mais surtout leur organisation n'est pas pensée. Il existe un outil théorique pour les organiser : **la typologie de Vergnaud. (1985, 1997, 2001)**

# PRINCIPES DIDACTIQUES

## 2 : Permettre l'invention de procédures

### Compétence travaillée = CHERCHER

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

### Quels types de problèmes ? = Les problèmes dits « pour chercher »

- Autre temps de formation

## 5) LES PROBLEMES BASIQUES

Des exemples par Catherine Houdement

# Les problèmes basiques

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Des exemples par Catherine Houdement

### Exemples de problèmes basiques ... multiplicatifs

- Une piste d'athlétisme mesure 400 m. Paul fait 5 tours de piste. Quelle distance a-t-il parcourue ? *Basique CE2*
- Dans cette salle il y a 18 rangées de 25 fauteuils. Combien de personnes peuvent s'asseoir sur un fauteuil ? *Basique CE2*
- Pierre met huit min pour aller de chez lui à l'école. Zélie met quatre fois plus de temps. Combien de temps met Zélie ? *Basique CE2*
- Dans cette salle, 400 places en 25 rangées régulières. Combien de places par rangée ? *Basique CM*
- Alice met douze minutes pour aller de chez elle à l'école, trois fois moins de temps que Ryan. Combien de temps met Ryan ? *Basique CM*

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Des exemples par Catherine Houdement

Exemples de problèmes « presque » basiques ...

Il est nécessaire de faire des « adaptations » pour retrouver le problème automatisé.

Une place de spectacle scolaire coûte 2 €. Combien la classe doit payer pour que la classe de CE2 de 30 élèves puisse aller voir le spectacle ? (*Euro Maths Hatier CE2 2010*)

Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. Pierre a 3 pommes. Combien de pommes a Anne ? *La réponse donnée en CP est souvent 9.*

Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. 3 des pommes appartiennent à Pierre, les autres appartiennent à Anne. Combien de pommes a Anne ? *Le nombre de réponses correctes augmente de façon significative.*

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Des exemples par Catherine Houdement

### Contexte des âges

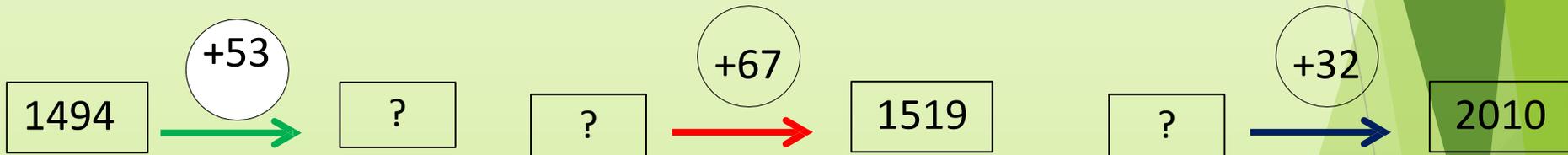
François 1er est né en 1494 et a vécu jusqu'à l'âge de 53 ans.

*En quelle année est-il mort?*

En quelle année est né Léonard de Vinci, mort en 1519 à l'âge de 67 ans ?

Isabelle Blanc aura 32 ans en juillet 2010.

*Quelle est son année de naissance ?*



Ce sont des problèmes de transformations d'états (état = il s'agit là de la position sur la « droite » du temps), mais l'inconnue porte sur l'état final (pb François) ou sur l'état initial (pb Léonard et Isabelle)

**L'enseignant qui sait les catégoriser pourrait prévoir la hiérarchie des difficultés.**

# LES PROBLEMES BASIQUES Typologie de Vergnaud

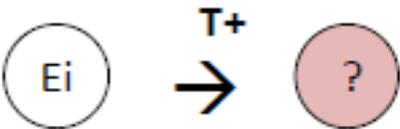
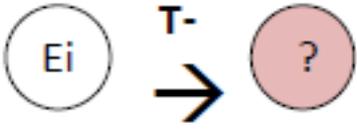
## La typologie de Vergnaud

Cette typologie permet de mieux comprendre  
les différents sens des opérations  
en identifiant finement la structure du problème.

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

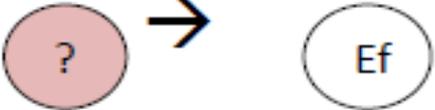
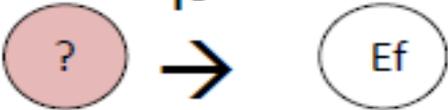
PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS		
<b>1. Transformation positive ; recherche de l'Etat Final</b>	<p>Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes.</p> <p>Combien de billes a maintenant Léo ? »</p>	
<b>2. Transformation négative ; recherche de l'Etat Final</b>	<p>« Léo avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Juliette.</p> <p>Combien de billes a maintenant Léo ? »</p>	

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

#### PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS

<p><b>3. Transformation positive</b> ; recherche de <b>L'ÉTAT INITIAL</b></p>	<p>« Léo avait des billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Maintenant Léo a 9 billes.</p> <p>Combien de billes avait Léo ? »</p>	<p>T+</p> 
<p><b>4. Transformation négative</b>; recherche de <b>L'ÉTAT INITIAL</b></p>	<p>« Léo avait des billes. Puis il en a donné 5 à Juliette. Maintenant Léo a 3 billes.</p> <p>Combien avait-il de billes ? »</p>	<p>T-</p> 

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

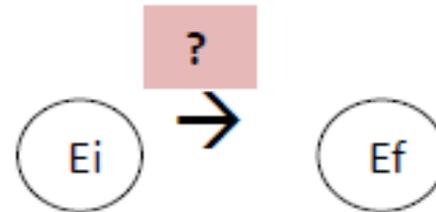
### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

#### PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS

**5. Recherche de la transformation positive**

« Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné des billes. Léo a maintenant 9 billes.

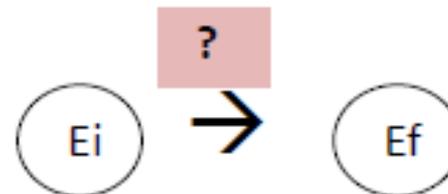
Combien de billes Juliette a-t-elle données à Léo ? »



**6. Recherche de la transformation négative**

« Léo avait 9 billes. Puis il a donné des billes à Juliette. Maintenant Léo a 4 billes.

Combien de billes Léo a-t-il données à Juliette ? »



# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

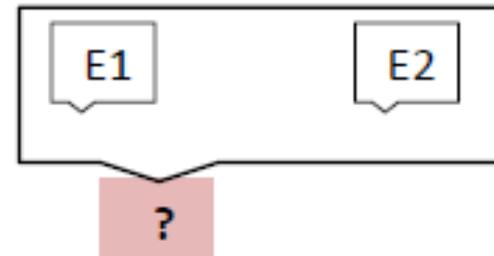
### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

#### Problème de COMPOSITION

**7. Recherche de la composée de deux états.**

« Léo a 3 billes. Juliette a 7 billes.

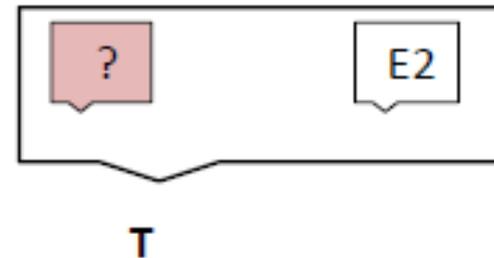
Combien de billes ont Léo et Juliette ensemble? »



**8. Recherche d'un état** connaissant un second état et la composée des deux états.

« Léo et Juliette ont 17 billes ensemble. Juliette a 8 billes.

Combien Léo a-t-il de billes? »



# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

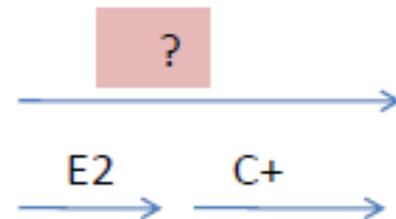
### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

#### PROBLEMES DE COMPARAISON

9- **Recherche de l'état à comparer** connaissant l'état comparé et la comparaison positive.

« Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui.

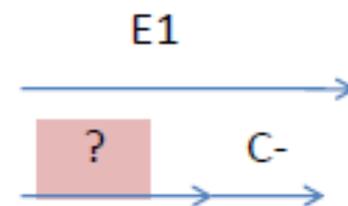
Combien de billes Juliette a-t-elle ? »



10 - **Recherche de l'état à comparer** connaissant l'état comparé et la comparaison négative.

« Léo a 9 billes. Juliette a 5 billes de moins que lui.

Combien de billes Juliette a-t-elle ? »

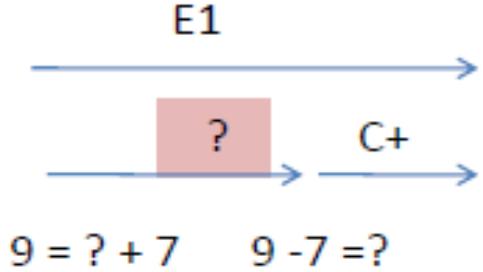
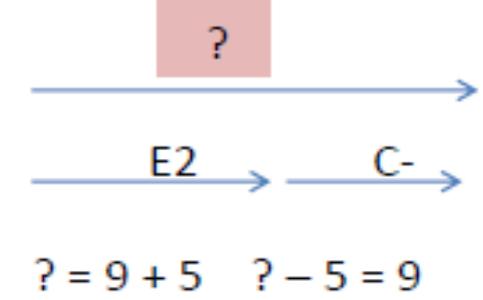


# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

#### PROBLEMES DE COMPARAISON

<p>11- Recherche de l'état comparé (comparaison positive)</p>	<p>« Léo a 9 billes. Il en a 7 de plus que Juliette. Combien de billes Juliette a-t-elle ? »</p>	 <p><math>9 = ? + 7</math>    <math>9 - 7 = ?</math></p>
<p>12- Recherche de l'état comparé (comparaison négative)</p>	<p>« Léo a 9 billes. Il en a 5 de moins que Juliette. Combien de billes Juliette a-t-elle ? »</p>	 <p><math>? = 9 + 5</math>    <math>? - 5 = 9</math></p>

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

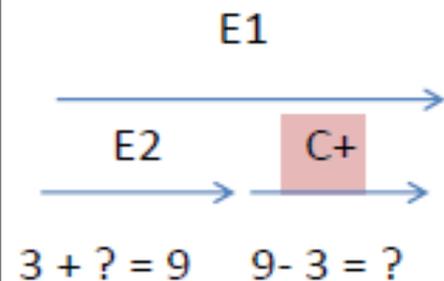
### LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

#### PROBLEMES DE COMPARAISON

13- **Recherche de la comparaison positive** connaissant les deux états.

« Léo a 3 billes. Juliette en a 9.

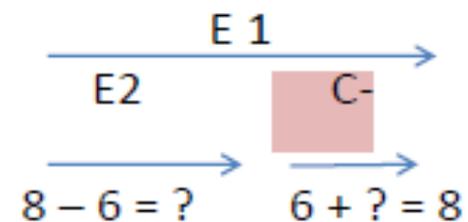
Combien de billes Juliette a-t-elle de plus que Léo ? »



**Recherche de la comparaison négative** connaissance les deux états.

« Léo a 8 billes. Juliette en a 6.

Combien de billes Juliette a-t-elle de moins que Léo ? »



# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

### LES PROBLÈMES MULTIPLICATIFS

#### Problème relevant de l'addition réitérée

On connaît la valeur de 1, et on cherche pour plusieurs

« Il y a 4 élèves. La maîtresse distribue 3 jetons à chaque élève.

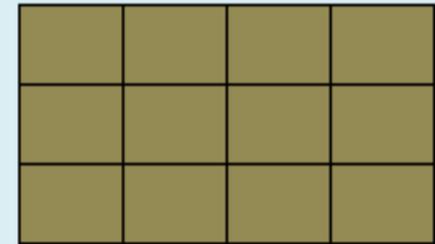
Combien distribue-t-elle de jetons en tout ? »

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	3
4	?

#### Problème relevant du produit de mesures

La représentation rectangulaire rend visible la propriété de commutativité de la multiplication

« Quel est le nombre de carreaux que contient une tablette de 3 sur 4 ? »



# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

### LES PROBLÈMES DE DIVISION

#### Problème de division quotient

On recherche du nombre de parts

« La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ? »

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	3
?	12

#### Problème de division partition

On recherche de la valeur d'une part

Exemple : La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jeton a chaque élève ?

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	?
4	12

$$4 \times ? = 12$$

$$12 : 4 = ?$$

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

### Utilisation de la typologie de Vergnaud

La typologie Vergnaud (avec repérage de la place de l'inconnue) est un outil pour l'enseignant,

- pour construire des séries de problèmes ressemblants (au sens ci-dessus),
- pour ne pas évaluer les élèves sur des types de problèmes qu'il n'aurait pas fait travailler.

Il en est de même des schémas Vergnaud associés à ces problèmes. Ces schémas ne sont pas proposés pour faire l'objet d'un enseignement.

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Typologie de Vergnaud

Conclusion de Catherine Houdement :  
Cette typologie comme  
outil **d'analyse des problèmes ...**  
relativement aux connaissances de la  
classe

Quelle structure ?

Quelles procédures ?

Quelle progression ?

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Méthodologie

- ▶ Mise en commun des productions des élèves pour :
  - Rechercher des invariants inter-élèves.
  - Trouver des régularités individuelles.
  
- ▶ Contrôle des résultats
  - Inférences et contrôles (Catherine Houdement).
  - Différents moyens de contrôle (Annie Peix).

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Méthodologie

### Nature des inférences ou contrôles

- Contrôle **pragmatique** : calcul contrôlé par comparaison avec connaissance de la réalité évoquée, puis accepté ou rejeté ou re-questionné.
- Inférence et contrôle **sémantique** : ré-interroger le sens des opérations ; partager c'est une division ; fois c'est multiplier; si on fait une multiplication on va trouver plus...
- Inférence et contrôle **syntaxique** : conversion en écriture à trou (pré-algébrique) ; voire transformation en écriture « directe ».

*UN CONTRÔLE pragmatique ou sémantique N'EST PAS UNE CERTITUDE DE BONNE RÉPONSE : c'est une construction mentale qui fait partie du raisonnement.*

*LES INFÉRENCES syntaxiques sont à enseigner spécifiquement, et également en décroché de la résolution de problèmes.*

# LES PROBLEMES BASIQUES

## Méthodologie

### Les moyens de contrôle du résultat

Dans ses recherches, Annie Peix distingue 4 moyens de contrôle qu'un élève de cycle 3 peut utiliser afin de valider son résultat :

- ▶ **le retour à l'énoncé** : c'est vérifier que le résultat respecte tous les critères de l'énoncé, ce qui est valable pour la majorité des problèmes proposés en cycle 3 (ouverts ou non).
- ▶ **l'organisation du comptage** dans des problèmes d'étude exhaustive des cas.
- ▶ **la validation matérielle** du résultat : c'est résoudre de manière effective le problème et comparer le résultat avec celui obtenu par raisonnement.
- ▶ **L'invalidation par le contre-exemple.**

En fin de cycle 3, A. Peix conseille aux enseignants de solliciter d'abord une validation du résultat par un raisonnement et par l'utilisation des connaissances, afin d'amener les élèves à la conceptualisation de la situation. Ensuite, si nécessaire, on peut proposer une validation matérielle.

# LES PROBLEMES ARITHMETIQUES

## CONCLUSION

- Les problèmes « **basiques** » d'un concept sont des connaissances de base. Il est urgent de restaurer un enseignement de ces problèmes et donc de faire fréquenter (et réussir) par les élèves une grande variété de tels problèmes, puis d'analyser avec les élèves leurs ressemblances.
- Les problèmes « **complexes** » sont **des composés** de problèmes basiques. Ils nécessitent de savoir résoudre les problèmes basiques sous-jacents en construisant des connaissances supplémentaires : connecter les informations pour extraire le (les) sous-problème basique calculable, en rendant lisibles les différents états (cf typologie de Vergnaud) ».
- Les problèmes « **a-typiques** » visent l'inventivité et la prise de risque...

# Quelques références (1)

Coppé S. & Houdement C. (2002) Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, 69. 53-32

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/69/69n5.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/69/69n5.pdf)

Feyfant, A. (2015). La résolution de problèmes de mathématiques au primaire. *Dossier de veille de l'IFÉ*, 105. Lyon : ENS de Lyon.

<http://ife.ens-lyon.fr/vst/DA-Veille/105-novembre-2015.pdf>

Floch & Pfaff N. (2005) Une séquence sur les problèmes additifs au cycle 2: le cas des comparaisons de mesures. *Grand N*, 75, 19-30

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/75/75n3.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/75/75n3.pdf)

Hersant M. (2008) Problèmes pour chercher des conduites de classe spécifiques. *Grand N*, 81, 57-76.

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/81/81n5.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/81/81n5.pdf)

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/71/71n2.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/71/71n2.pdf)

## Quelques références (2)

Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 14, 31-60

Houdement, C. (2016) Problèmes arithmétiques de réinvestissement: une synthèse, des pistes. *Actes du 42<sup>ème</sup> colloque sur la formation des maîtres en mathématiques. Besançon 2015*. 1-19.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, 69, 31-52.

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/69/69n4.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/69/69n4.pdf)

Nguala J.B. ( 2005) La multi-présentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes. *Grand N*, 76, 45-63.

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/76/76n4.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/76/76n4.pdf)

Thomas Y. (2007) Gommettes et étiquettes, des problèmes pour chercher. *Grand N*, 80, 29-42

[http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/80/80n4.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/80/80n4.pdf)

## 6) MISE EN SITUATION et PRESENTATION DU TEMPS DE FORMATION EN AUTONOMIE.

Conclusion de Catherine Houdement :

Cette typologie comme  
outil **d'analyse des problèmes ...**  
relativement aux connaissances de la  
classe

Quelle structure ?

Quelles procédures ?

Quelle progression ?

**FORMATION  
TEMPS 1  
Présentiel**

**FORMATION  
TEMPS 2  
Autonomie**

**FORMATION  
TEMPS 3  
Présentiel**

# Mise en situation

Lise a 10 €. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49 €.

Une bouteille de soda coûte 1,29 €.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

# Analyser un problème :

*5 questions à se poser :*

- *Q1 : Quelles sont les caractéristiques de ce problème (typologie) ?*
- *Q2 : Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?*
- *Q3 : Quelles difficultés peut-on anticiper ?*
- *Q4 : Quelles pistes d'étayage peut-on proposer ?*
- *Q5 : Comment gérer l'hétérogénéité ?*

Lise a 10 €. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49 €.

Une bouteille de soda coûte 1,29 €.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

- *Q1 : Quelles sont les caractéristiques de ce problème (typologie) ?*
- *Q2 : Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?*
- *Q3 : Quelles difficultés peut-on anticiper ?*
- *Q4 : Quelles pistes d'étayage peut-on proposer ?*
- *Q5 : Comment gérer l'hétérogénéité ?*

# Analyser les productions des élèves

CM2

Production 3

3

Prénom : Raf

école : Camille Claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ \hline 4,78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 29 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 3,49 \\ + 1,29 \\ + 1,29 \\ \hline 9,96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,56 \\ + 4,78 \\ \hline 14,34 \end{array}$$

Les achats

Il lui manque 4,34

## Analyser les productions des élèves : la grille

<b>Productions des élèves</b>	<b>Les réussites des élèves</b>	<b>Proposition de classification des erreurs</b>	<b>Proposition d'aides pendant la résolution du problème</b>	<b>Compétences à renforcer</b>
<b>Production n°</b>				

# TRAVAIL EN AUTONOMIE

## Présentation

- ▶ A) Vidéo-conférence à visionner.
- ▶ Vidéo 1 : Intervention de Lieven Verschaffel (18') à la conférence consensus « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire » - Cnesco (novembre 2015)
- ▶ <http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/calcul-et-operations/>
- ▶ Vidéo 2 : Séance de résolution de problèmes arithmétique en CM1 (19')
- ▶ <https://www.reseau-canope.fr/bsd/sequence.aspx?bl0c=886033>
- ▶ B) Réflexion en équipe de cycle autour de 3 autres productions d'élèves : n° 4, 5 et 9.

## Production 4

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 3,87 \end{array} + \begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

Je cherche le nombre d'argent qui lui manque.

$$\begin{array}{r} 6,98 \\ + 3,87 \\ \hline 10,85 \end{array}$$

Il lui manque 85 centimes.

## Production 5

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Je cherche la somme de paquet gâteaux et de bouteille de Soda

calcul:

$$\begin{array}{r} 3,49\text{€} \\ - 1,29\text{€} \\ \hline = 2,20\text{€} \\ - 1,00\text{€} \\ \hline 2,10\text{€} \end{array}$$

il lui manque 2,10 pour le gateau et le soda

## Production 9

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} \times 3,49 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,29 \\ \hline 1,87 \end{array}$$

\*

\*

Il lui manque 6,98 € pour le gâteau  
Il lui manque 1,87 € pour les bouteilles de soda.

# TRAVAIL EN AUTONOMIE

## Temps C : Mettre en œuvre des problèmes basiques dans la classe :

- *Choisir un problème (ou plus).*
- *Analyser le problème pour anticiper.*
- *Analyser les productions des élèves.*
- *Questionnaire bilan de la mise en œuvre.*

## Des énoncés

1	<p>Lise a 10€ . Le paquet de <math>\hat{g}</math> teaux qu'elle aime cote 3,49€ . Une bouteille de jus d'orange cote 1,29€ .</p> <p>Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de <math>\hat{g}</math> teaux et 3 bouteilles de jus d'orange ?</p>
2	<p>Karim et Alice sont tous les deux collectionneurs de timbres. On vient d'offrir à chacun la même série de timbres. La collection de Karim passe ainsi de 2 453 à 2 608 timbres. Alice, elle, avait d'abord 2 153 timbres.</p> <p>Combien en a-t-elle maintenant ? Explique comment tu as fait.</p>
3	<p>Au cours d'une opération de promotion, le gérant d'un magasin décide de baisser d'une même somme les prix de plusieurs articles. L'un d'eux, qui coûtait 27€, est proposé à 22€ . Un autre coûte maintenant 33€ .</p> <p>Quel était son prix initial ? Explique comment tu as fait.</p>
4	<p>Un guide propose 3 randonnées pédestres autour d'un village. Il indique une durée de 3h45min pour le parcours le plus long, 30min de moins pour un autre et, pour le dernier, 1h10min de moins que le précédent.</p> <p>Quelle est la durée du parcours le moins long ? Explique comment tu as fait.</p>
5	<p>En deux jours, la température a augmenté de 9 degrés. Elle a baissé de 3 degrés le second jour.</p> <p>De combien a-t-elle augmenté le premier jour ? Explique comment tu as fait.</p>

6	<p>Le vélo de Raphaël coûte 140€ et celui de Lionel est 1,5 fois plus cher. Combien le vélo de Lionel coûte-t-il ? Explique comment tu as fait.</p>
7	<p>Arthur remplit une citerne avec un seau de 12L et un seau de 7,5L. Il a versé 18 fois les contenus de ces deux seaux. Quel est le volume de la citerne ? Explique comment tu as fait.</p>
8	<p>Un pépiniériste a planté des rangées de sapins. Chaque rangée contient 80 sapins. Il a planté au total 8 160 sapins. Combien a-t-il fait de rangées ? Explique comment tu as fait.</p>
9	<p>On empile 18 briques identiques. On obtient alors une hauteur de 135 cm. Quelle est la hauteur d'une brique ? Explique comment tu as fait.</p>
10	<p>Pour son anniversaire, Liam prépare une boisson avec du sucre et des oranges : pour 7 oranges, il faut 12 morceaux de sucre. Il utilise 35 oranges. Combien lui faut-il de morceaux de sucre ? Explique comment tu as fait.</p>

## TEMPS 3 : PRESENTIEL N° 2

10 C3	Mathématiques au cycle 3	Des problèmes pour chercher : les problèmes arithmétiques	Enseignants du cycle 3	2 h 30 P 4 h 30 D 2 h P	CPC	Tous : 21/03/18	13 h 30 / 16 h	Collège Leroux
					Secteur collège MORICE LEROUX	14/05/18	16 h 30 / 18 h 30	Ecole Anatole France
					Secteur collège LES IRIS	22/05/18	16 h 30 / 18 h 30	Ecole Lazare Goujon
					Secteur collège JEAN MACE	24/05/18	16 h 30 / 18 h 30	Ecole Croix Luizet

**!! Venir avec tous les documents (différentes annexes envoyées) !!**